

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目 (代碼)：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 1 頁

*請在【答案卷、卡】作答

一、選擇題 (每題 5 分，共 60 分)

1. 任意正整數 a, b, c ，請問下列哪一個等式恆成立：

(A) $a \div (b + c) = (a \div b) + (a \div c)$ (B) $(b + c) \div a = (b \div a) + (c \div a)$

(C) $(a \div b) \times c = a \div (b \times c)$ (D) $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$

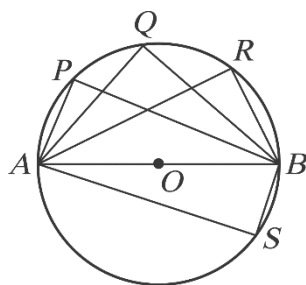
2. 按照下表，請推算出 $(a+b)^4$ 展開後，所有項數的係數和是多少？ (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

$(a+b)^0$	1	1
$(a+b)^1$	$a+b$	1 1
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1

3. x, y 為實數，關於解聯立方程式 $\begin{cases} \frac{5x-5y}{6} = 4 \\ \frac{15x-15y-5}{4} = 0 \end{cases}$ ，以下何者正確？(A) 有唯一解 (B) 有無限多組解 (C) 無解 (D) 條件不足，無法判斷

4. 對於 $\sqrt{1234}$ 的值，下列關係式何者正確？ (A) $25 < \sqrt{1234} < 30$ (B) $30 < \sqrt{1234} < 35$ (C) $35 < \sqrt{1234} < 40$ (D) $40 < \sqrt{1234} < 45$

5. 如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑， P, Q, R, S 為圓上相異四點。下列敘述何者正確？(A) $\angle APB$ 為鈍角 (B) $\angle AQB = \angle RAB + \angle PBA$ (C) $\angle ARB$ 為銳角 (D) $\angle ASB = \angle ARB$ 。



6. 下列四個數列中，哪一個是等比數列？ (A) $2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ (B) $3, 6, 12, 24, 48$ (C) $2, 4, 6, 8, 10$ (D) $1, 2, 4, 16, 256$

7. 已知小明、小華與小黃分別任意畫一個三角形，且小明在他的三角形作出三個高，此三高共有 a 個交點。同理小華作出三中線得到 b 個交點，小黃作出三角平分線得到 c 個交點。求 $a + b + c$ 最大值為？ (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9。

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目 (代碼)：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 2 頁 *請在【答案卷、卡】作答

8. 已知數線上兩點 $E < F$ 且 G 點與 E 、 F 的距離分別為 a 、 b ， H 點與 E 、 F 的距離分別為 c 、 d 。若 $a:b = c:d$ 則下列敘述何者正確？(A) $G = H$ (B) $G < H$ (C) $G > H$ (D) 以上皆有可能。
9. 已知平面上一圓之直徑 AB 為 5 公分且 C 點在圓外，則下列何者錯誤？
(A) $AC = 0.1$ 公分， $BC = 5$ 公分 (B) $AC = 2.5$ 公分， $BC = 4$ 公分
(C) $AC = 5$ 公分， $BC = 10$ 公分 (D) $AC = 1$ 公分， $BC = 5$ 公分。
10. 已知方程式 $m^2 = 2n$ 其中 m, n 皆為正整數，則下列敘述何者錯誤。(A) n 可能有 1 個 2 的因數 (B) n 可能有 2 個 2 的因數 (C) n 可能有 3 個 2 的因數 (D) n 可能有超過 4 個 2 的因數。
11. 已知六角柱有 a 個邊、六角錐有 b 個邊、八角錐有 c 個邊，則下列敘述何者正確。(A) $a = b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $a < b < c$ (D) $b < c < a$ 。
12. 同時擲兩粒公正骰子，兩個骰子出現同樣點數，例如 $(1, 1)$ ， $(2, 2)$... 的機率是多少？(A) $\frac{1}{216}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) 1。

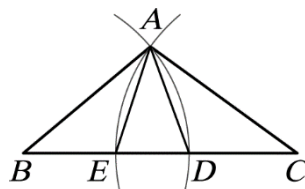
二、計算題(每題 10 分，共 40 分)

1. 證明 $\sqrt{15} + \sqrt{8} \neq \sqrt{15+8}$ (10 分)

(註：請勿直接計算出 $\sqrt{15}, \sqrt{8}, \sqrt{15+8}$ 之數值證明，可利用平方、大小關係或直角三角形等其他可行的方式證明)

2. 有一 $\triangle ABC$ ，今以 B 為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 D 點，以 C 為圓心， $\overline{AC}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 E 點。若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，請回答下列問題：(提示：在同一三角形內，大角對大邊，小角對小邊)

- (1) $\overline{BE}$ 、 $\overline{CD}$ 的大小關係為何？(2 分)
(2) 承(1)，請詳細說明並解釋原因。(3 分)
(3) $\overline{AD}$ 與 $\overline{AE}$ 的大小關係為何？(2 分)
(4) 承(3)，請詳細說明並解釋原因。(3 分)



3. 已知座標平面上三角形的三個頂點座標為 $A(2,1), B(8,4), C(6,10)$ 。

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

考試科目（代碼）：普通數學 (6301)

共 3 頁，第 3 頁

*請在【答案卷、卡】作答

(1) 若 $D(2,0), E(8,0)$ 求梯形 $ADEB$ 面積。(5 分)

(2) 求該三角形 ABC 面積。(5 分)

4. 已知有一數學魔術:魔術師將 9 支紅筆與 10 支黑筆混和後裝進一個藍色袋子中，今隨意叫一位小朋友從藍色袋子中拿出 12 支筆。

(1) 試列式說明:為何小朋友拿出的筆中，黑筆的數量比藍色袋子中紅筆的數量多 3 支。(7 分)

(2) 在此情況下，黑筆與紅筆的個數要怎麼調整(共 19 支)，才能讓小朋友從藍色袋子中拿出 12 支筆後，黑筆的支數等於袋中紅筆的支數。(3 分)

國立清華大學 106 學年度碩士班考試入學試題

系所班組別：數理教育研究所 乙組(數學教育組)

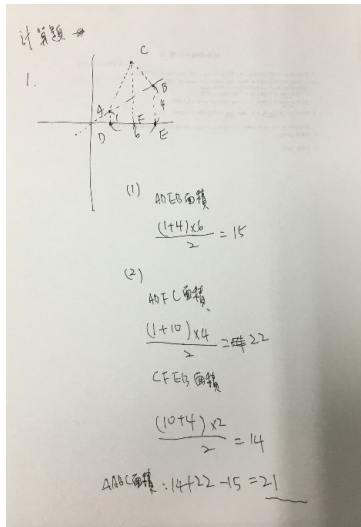
考試科目（代碼）：普通數學 (6301)

一、選擇題 (每題 5 分，共 60 分)

題號	解答
1	B
2	B
3	C
4	C
5	D
6	B
7	A
8	D
9	B
10	B
11	D
12	C

二、計算題(每題 10 分，共 40 分)

題號	解答
1	方法 1 $(\sqrt{15} + \sqrt{8})^2 = 15 + 8 + 2\sqrt{15 \times 8}$ $(\sqrt{15 + 8})^2 = 15 + 8$ 由上述兩算式可知不相等 方法 2 假設直角三角形兩股長$\sqrt{15}, \sqrt{8}$ 則第三邊為 $\sqrt{(\sqrt{15})^2 + (\sqrt{8})^2} = \sqrt{15 + 8}$

	三角形任兩邊和必定大於第三邊，可知不相等																
2 (1)	$\overline{CD} > \overline{BE}$																
2 (2)	$\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，同三角形內大角對大邊，所以 $\overline{AC} > \overline{AB}$ $\overline{EC} = \overline{AC} > \overline{AB} = \overline{BD}$ ，同時扣掉 ED，所以 $\overline{CD} > \overline{BE}$																
2 (3)	$\overline{AD} > \overline{AE}$																
2 (4)	$\angle AED = \frac{180^\circ - 35^\circ}{2}$ ， $\angle ADE = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2}$ ，所以 $\angle AED > \angle ADE$ 同三角形內大角對大邊，所以 $\overline{AD} > \overline{AE}$																
3																	
4	(1) 假設小朋拿出時筆有 x 支，此時錢才有 y 元 <table data-bbox="469 1308 724 1464"><tr><td></td><td>紅</td><td>黑</td><td>+</td></tr><tr><td>錢</td><td>y</td><td>$10 - x$</td><td>7</td></tr><tr><td>支</td><td>$9 - y$</td><td>x</td><td>12</td></tr><tr><td>+</td><td>9</td><td>10</td><td></td></tr></table> 所以 $y + 10 - x = 7 \Rightarrow x - y = 3$ 或 $9 - y + x = 12 \Rightarrow x - y = 3$ (2) 上式中，若要得到 $x - y = 0$ 須 $10 \rightarrow 7$ 因此 $9 \rightarrow 12$ 黑筆 7 支，紅筆 12 支即可		紅	黑	+	錢	y	$10 - x$	7	支	$9 - y$	x	12	+	9	10	
	紅	黑	+														
錢	y	$10 - x$	7														
支	$9 - y$	x	12														
+	9	10															