

國立新竹教育大學九十八學年度研究所碩士班招生考試試題

所別：數理教育研究所碩士班

科目：基礎數學（含初等線性代數、初等微積分）（本科總分：100 分）

※請橫書作答

1. 求行列式 $\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 & a \\ -1 & x & 0 & 0 & b \\ 0 & -1 & x & 0 & c \\ 0 & 0 & -1 & x & d \\ 0 & 0 & 0 & -1 & e \end{vmatrix}$ 。 (10 分)
2. 求集合中的向量 $\{(2, 5, -3, -2), (-2, -3, 2, -5), (1, 3, -2, 2), (-1, -5, 3, 5)\}$ 所生成的空間之維度。 (15 分)
3. 令 \mathbf{u}, \mathbf{v} 為 \mathbb{R}^n 空間的向量，而且 $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| = 2$, $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| = 6$ ，求內積 $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ 。 (10 分)
4. 求矩陣 $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ 的特徵值(eigenvalues)與對應的特徵向量(eigenvectors)。 (15 分)
5. 試求極限 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + e^{1/x}}$ 。 (5 分)
6. 試求出下列函數 $f(x)$ 的不連續點。 (5 分)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & x < -1 \\ \frac{1}{x} & -1 \leq x < 1 \\ |2-x| & x \geq 1 \end{cases}$$

7. 求函數 $g(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ 在 $x = 25$ 的導數。(準確到小數第一位) (8 分)

8. 令 $xy^4 + x^2y = x + 3y$ ，其中 y 為 x 的函數；試求 $\frac{dy}{dx}$ 。 (6 分)
9. 平面區域 D 由直線 $y = x - 4$ 和拋物線 $y^2 = 2x$ 所圍而成。今將 D 對 y 軸旋轉一周，求此旋轉體之體積。 (10 分)
10. 求不定積分 $\int x \sin x \cos x dx$ 。 (8 分)
11. 試決定瑕積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$ 是否收斂，若收斂並求其積分值。 (8 分)