

國立新竹教育大學人力資源教育處九十七學年度教師在職進修碩士學位班

新生入學考試試題

班別：數學教育碩士班

科目：基礎數學

※ 請橫式作答

1. 求極限：(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{2}}{x}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x}$ (10 分)
2. $x^3 y^3 - y = x$ ，求 $dy/dx = ?$ (10 分)
3. 求 $f(x) = 5x^{2/3} - 2x$ ，在區間 $[-1, 1]$ 中的絕對極值 (absolute extrema) (10 分)
4. (a) $\int x 5^{-x^2} dx = ?$ (b) $\int \frac{x e^{2x}}{(2x+1)^2} dx = ?$ (20 分)
5. 令向量空間 $V = M_{n \times n}(\mathbb{R})$ ，其中 $\mathbb{R}$ 為實數。試判別下列各集合是否為 V 之子空間？
 - (a) $W_1 = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) : \det(A) = 0\}$ ， $\det(A)$ 為矩陣 A 的行列式。(3 分)
 - (b) $W_2 = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) : A \text{ 為可逆矩陣}\}$ 。(4 分)
 - (c) $W_3 = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) : A^n = 0\}$ 。(3 分)
6. 設 $V = \{\text{實係數多項式 } f(x) \mid \deg(f(x)) \leq 2\}$ (其中 $\deg(f(x)) \leq 2$ 表示多項式 $f(x)$ 的最高次方不大於 2)，且令

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int f(x)g(x)dx$$
 請找出 V 之一組正交基底 (orthogonal basis)？(10 分)
7. 已知矩陣 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ，求 A 的固有值及固有向量？(10 分)
8. 已知矩陣 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ ，求 A 的反矩陣 A^{-1} ？(10 分)
9. 已知矩陣 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ ，求 $A^{50} = ?$ (10 分)